中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　　答　〔例〕	採点上の注意	配点
$\boxed{1}$	品物 400 個中 2 個が不良品だから， 不良品の割合は，$\frac{2}{400}=\frac{1}{200}$ と推定できる。 品物 1000 個のときの利益は $1000\times\left\{200\times\frac{199}{200}+(-500)\times\frac{1}{200}\right\}=196500$ したがって，利益はおよそ 196500 円と推測される。		１２
$\boxed{2}$	$\sqrt{4a^2-4a+1}+\sqrt{a^2+6a+9}=\sqrt{(2a-1)^2}+\sqrt{(a+3)^2}$ $=\|2a-1\|+\|a+3\|$ [1] $a\geqq\frac{1}{2}$ のとき $\|2a-1\|+\|a+3\|=2a-1+a+3$ $=3a+2$ [2] $-3\leqq a<\frac{1}{2}$ のとき $\|2a-1\|+\|a+3\|=-(2a-1)+a+3$ $=-a+4$ [3] $a<-3$ のとき $\|2a-1\|+\|a+3\|=-(2a-1)-(a+3)$ $=-3a-2$ したがって， $a\geqq\frac{1}{2}$ のとき $3a+2$ $-3\leqq a<\frac{1}{2}$ のとき $-a+4$ $a<-3$ のとき $-3a-2$		１５
$\boxed{3}$	△APB は∠BAP = 90° の直角三角形であるから $\mathrm{AB}=\frac{\mathrm{AP}}{\tan 30^\circ}=300\sqrt{3}$ △APC は∠CAP = 90° の直角三角形であるから $\mathrm{AC}=\frac{\mathrm{AP}}{\tan 60^\circ}=100\sqrt{3}$ △ABC において余弦定理より $\mathrm{BC}^2=(300\sqrt{3})^2+(100\sqrt{3})^2-2\times300\sqrt{3}\times100\sqrt{3}\times\cos120^\circ$ $=9\cdot(100\sqrt{3})^2+(100\sqrt{3})^2+3\cdot(100\sqrt{3})^2$ $=13\cdot(100\sqrt{3})^2$ $\mathrm{BC}>0$ より $\mathrm{BC}\fallingdotseq100\sqrt{39}$ (m)		１５
$\boxed{4}$	$x^2+y^2+z^2-\{2(x-y-z)-3\}$ $=x^2+y^2+z^2-2x+2y+2z+3$ $=(x^2-2x+1)+(y^2+2y+1)+(z^2+2z+1)$ $=(x-1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2\geqq0$ したがって，$x^2+y^2+z^2\geqq2(x-y-z)-3$ 等号が成り立つのは，$x=1$，$y=-1$，$z=-1$　のときである。		１６

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

<table>
<tr><th>問題番号</th><th>正　　答〔例〕</th><th>採点上の注意</th><th>配点</th></tr>
<tr><td>5</td><td>△PAC と △PDB において
円周角の定理より
∠PAC＝∠PDB　・・・①
∠PCA＝∠PBD　・・・②
①，②より，２組の角がそれぞれ等しいから
△PAC ∽ △PDB
よって，PA:PD＝PC:PB
したがって，PA・PB＝PC・PD</td><td></td><td>１６</td></tr>
<tr><td>6</td><td>$a_{n+1}-a_n=2n+2$
$n \geqq 2$ のとき
$a_n=2+\sum_{k=1}^{n-1}(2k+2)$
$=2+2\cdot\frac{1}{2}n(n-1)+2(n-1)$
$=n^2+n$　・・・①
初項は $a_1=2$ なので，①は $n=1$ のときも成り立つ。
したがって，一般項は $a_n=n^2+n=n(n+1)$
このとき
$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots\cdots+\frac{1}{a_n}$
$=\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\cdots\cdots+\frac{1}{n(n+1)}$
$=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots\cdots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$
$=1-\frac{1}{n+1}=\frac{n}{n+1}$</td><td></td><td>１６</td></tr>
<tr><td>7</td><td>放物線と直線の交点の x 座標は方程式 $x(x-2)=mx$ の解である。
$x\{x-(2+m)\}=0$ より，$x=0,\ 2+m$
区間 $0 \leqq x \leqq 2+m$ では $x(x-2) \leqq mx$ であるから，
放物線 $y=x(x-2)$ と直線 $y=mx$ で囲まれた図形の面積 S_1 は
$S_1=\int_0^{2+m}\{mx-x(x-2)\}dx=\int_0^{2+m}\{-x^2+(2+m)x\}dx$
$=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}(2+m)x^2\right]_0^{2+m}$
$=-\frac{1}{3}(2+m)^3+\frac{1}{2}(2+m)^3$
$=\frac{1}{6}(2+m)^3$
放物線と x 軸の交点の x 座標は方程式 $x(x-2)=0$ の解である。
よって，$x=0,\ 2$
放物線 $y=x(x-2)$ と x 軸で囲まれた図形の面積 S_2 は
$S_2=\int_0^2\{-x(x-2)\}dx=\left[-\frac{1}{3}x^3+x^2\right]_0^2=-\frac{8}{3}+4=\frac{4}{3}$
$S_1=\frac{1}{8}S_2$ であるから
$\frac{1}{6}(2+m)^3=\frac{1}{8}\times\frac{4}{3}$
$(2+m)^3=1$
よって，$2+m=1$
したがって，$m=-1$
これは，$-2<m<0$ を満たす。</td><td></td><td>１８</td></tr>
</table>

中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　答〔例〕	採点上の注意	配点
8	2次方程式 $x^2-(m+2)x-m=0$ の2つの解を α，β $(\alpha \leqq \beta)$ とすると， 解と係数の関係より，$\alpha+\beta=m+2$，$\alpha\beta=-m$ m を消去すると，$\alpha+\beta=-\alpha\beta+2$ よって，$(\alpha+1)(\beta+1)=3$ ・・・① α，β は整数であるから①を満たす $\alpha+1$，$\beta+1$ の組は $(\alpha+1,\ \beta+1)=(1,\ 3),\ (-3,\ -1)$ よって，$(\alpha,\ \beta)=(0,\ 2),\ (-4,\ -2)$ $m=-\alpha\beta$ であるから $(\alpha,\ \beta)=(0,\ 2)$ のとき $m=0$ $(\alpha,\ \beta)=(-4,\ -2)$ のとき $m=-8$ したがって，$m=0$ のとき $x=0,\ 2$ $m=-8$ のとき $x=-4,\ -2$		18
9	$y=\|x^2-8x\|=\|(x-4)^2-16\|$ $y=x^2-8x$ について，$y=16$ のとき $x=4\pm4\sqrt{2}$ $x \geqq 0$ であるから $x=4+4\sqrt{2}$ [1] $0<a<4$ のとき $x=a$ で最大値 $\|a^2-8a\|$ $0<a<4$ のとき $a^2-8a<0$ より $\|a^2-8a\|=-a^2+8a$ [2] $4 \leqq a<4+4\sqrt{2}$ のとき $x=4$ で最大値 16 [3] $a=4+4\sqrt{2}$ のとき $x=4,\ 4+4\sqrt{2}$ で最大値 16 [4] $4+4\sqrt{2}<a$ のとき $x=a$ で最大値 $\|a^2-8a\|$ $4+4\sqrt{2}<a$ のとき $a^2-8a>0$ より $\|a^2-8a\|=a^2-8a$ したがって， $0<a<4$ のとき $x=a$ で最大値 $-a^2+8a$ $4 \leqq a<4+4\sqrt{2}$ のとき $x=4$ で最大値 16 $a=4+4\sqrt{2}$ のとき $x=4,\ 4+4\sqrt{2}$ で最大値 16 $4+4\sqrt{2}<a$ のとき $x=a$ で最大値 a^2-8a		18
10	$\|\vec{a}\|=2$，$\|\vec{b}\|=3$，$\mathrm{AB}=\sqrt{7}$ であるから $\|\vec{b}-\vec{a}\|=\sqrt{7}$ $\|\vec{b}-\vec{a}\|^2=\|\vec{b}\|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\|\vec{a}\|^2=3^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+2^2=13-2\vec{a}\cdot\vec{b}$ よって，$13-2\vec{a}\cdot\vec{b}=(\sqrt{7})^2$ $\vec{a}\cdot\vec{b}=3$ また，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=s\vec{a}+t\vec{b}$ となる実数 s，t がある。 $\overrightarrow{\mathrm{OH}} \perp \overrightarrow{\mathrm{AB}}$ であるから，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=0$ $(s\vec{a}+t\vec{b})\cdot(\vec{b}-\vec{a})=0$ $s(\vec{a}\cdot\vec{b}-\|\vec{a}\|^2)+t(\|\vec{b}\|^2-\vec{a}\cdot\vec{b})=0$ $s(3-2^2)+t(3^2-3)=0$ $-s+6t=0$ ・・・① $\overrightarrow{\mathrm{AH}} \perp \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ であるから，$\overrightarrow{\mathrm{AH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=0$ $(s\vec{a}+t\vec{b}-\vec{a})\cdot\vec{b}=0$ $s\vec{a}\cdot\vec{b}+t\|\vec{b}\|^2-\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ $3s+3^2t-3=0$ $s+3t=1$ ・・・② $\vec{a} \neq \vec{0}$，$\vec{b} \neq \vec{0}$ で，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行でないから， ①，②を解いて，$s=\frac{2}{3}$，$t=\frac{1}{9}$ したがって，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{9}\vec{b}$		18

中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　　答〔例〕	採点上の注意	配点
11	数量の関係をとらえて，例えば，長さの関係，時間の関係，重さの関係など，ある特定の量に着目して式をつくるように指導したり，とらえた数量を表や線分図で表してその関係を明らかにするように指導したりすること。	内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。	１２
12	まず，立方体の模型を用いて，２つの対角線の長さが等しいことを確認させ，誤りに気付かせる。 次に，立方体の性質を踏まえ，展開図や投影図に着目させ，２つの線分は合同な正方形の対角線であるから長さが等しいと数学的に推論させる。	内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。	１４
13	日常生活を題材とした問題などを取り上げ，それを解決するために必要な資料を収集し，コンピュータなどを利用してヒストグラムを作成したり代表値を求めたりして資料の傾向をとらえ，その結果を基に説明するという一連の活動	内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。	１２